



**Γ2.** Έχουμε  $P(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2 = 0$ .

Με τη βοήθεια του σχήματος Horner έχουμε:

2	3	-3	-2	1
	2	5	2	
2	5	2	0	

$$(x - 1)(2x^2 + 5x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 0 \quad \text{ή} \quad 2x^2 + 5x + 2 = 0 \quad (\Delta = 9)$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \quad \text{ή} \quad x = -2 \quad \text{ή} \quad x = -\frac{1}{2}$$

**Γ3.** Είναι  $\left(\eta\mu\frac{\pi}{6}\right)^{P(x)} < 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{P(x)} < \left(\frac{1}{2}\right)^0 \Leftrightarrow P(x) > 0$  (αφού η συνάρτηση  $\varphi(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  είναι γνησίως φθίνουσα).

	$-\infty$	$-2$	$-\frac{1}{2}$	$1$	$+\infty$
$x$					
$x - 1$	-	-	-	-	+
$2x^2 + 5x + 2$	+	-	+	+	+
$P(x)$	-	+	-	-	+

Άρα,  $x \in \left(-2, -\frac{1}{2}\right) \cup (1, +\infty)$ .

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Έχουμε ότι:  $T = \frac{2\pi}{\omega} \Leftrightarrow 2 = \frac{2\pi}{(\alpha - \beta)\pi} \Leftrightarrow \alpha - \beta = 1$  (1). Επιπλέον:

$$f_{\min} = -3 \Leftrightarrow -|\alpha| = -3 \Leftrightarrow |\alpha| = 3 \Leftrightarrow \alpha = 3 \quad \text{ή} \quad \alpha = -3, \quad \text{όμως} \quad \alpha > 0, \quad \text{άρα} \quad \alpha = 3.$$

Οπότε η (1) γίνεται για  $\alpha = 3, \quad \alpha - \beta = 1 \Leftrightarrow 3 - \beta = 1 \Leftrightarrow \beta = 2$ .

Οπότε  $f(x) = 3 \cdot \text{συν}(\pi x)$ .

**Δ2.**  $f\left(\frac{25}{4}\right) = 3\text{συν}\left(\pi \cdot \frac{25}{4}\right) = 3\text{συν}\left(\frac{24\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = 3\text{συν}\left(6\pi + \frac{\pi}{4}\right) = 3\text{συν}\frac{\pi}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

**Δ3.** Είναι  $x \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \Leftrightarrow 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \leq \pi x \leq \frac{\pi}{2}$ . Άρα  $\pi x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  και εφόσον στο

1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο η συνημιτονοειδής συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα, τότε για

κάθε  $x_1, x_2 \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$  με  $x_1 < x_2$ , θα είναι:

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow \pi x_1 < \pi x_2 \Leftrightarrow \sin \pi x_1 > \sin \pi x_2 \Leftrightarrow 3 \sin \pi x_1 > 3 \sin \pi x_2$$

$$\Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2). \text{ Άρα η } f \text{ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα } \left[0, \frac{1}{2}\right].$$

Έχουμε ότι  $\frac{1}{5}, \frac{1}{6} \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$  όπου η  $f$  γνησίως φθίνουσα, οπότε  $\frac{1}{5} > \frac{1}{6} \Leftrightarrow f\left(\frac{1}{5}\right) < f\left(\frac{1}{6}\right)$ .

**Δ4.** Συμπληρώνοντας κατάλληλο πίνακα μεταβολών, έχουμε:

$\pi x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$x$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2
$\sin \pi x$	1	0	-1	0	1
$3 \sin \pi x$	3	0	-3	0	3

Οπότε προκύπτει η ακόλουθη γραφική παράσταση σε διάστημα μιας περιόδου:

